

Schulinterner Lehrplan Mathematik: EF

Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase	
<p><u>Unterrichtsvorhaben I:</u></p> <p>Thema: <i>Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Modellieren• Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen <p>Zeitbedarf: ca. 20% der Unterrichtszeit</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben II:</u></p> <p>Thema: <i>Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Argumentieren• Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Grundverständnis des Ableitungsbegriffs <p>Zeitbedarf: ca. 15% der Unterrichtszeit</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben III:</u></p> <p>Thema: <i>Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Problemlösen• Argumentieren• Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen <p>Zeitbedarf: ca. 15% der Unterrichtszeit.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben IV:</u></p> <p>Thema: <i>Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Problemlösen• Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen <p>Zeitbedarf: ca. 15% der Unterrichtszeit</p>

Einführungsphase Fortsetzung	
<p><u>Unterrichtsvorhaben V:</u></p> <p>Thema: <i>Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Koordinatisierungen des Raumes <p>Zeitbedarf: ca. 5% der Unterrichtszeit</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben VI und VII:</u></p> <p>Thema: <i>Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2-G3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vektoren und Vektoroperationen <p>Zeitbedarf: ca. 10% der Unterrichtszeit</p>

Konkretisierte Unterrichtsvorhaben: Einführungsphase Funktionen und Analysis (A)

Thema: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- bestimmen die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten
- lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern auf lineare oder quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne Hilfsmittel
- erkunden und systematisieren den Einfluss von Parametern im Funktionsterm auf die Eigenschaften der Funktion
- wenden Transformationen bezüglich beider Achsen auf Funktionen (ganzzahlige Funktionen, Sinusfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und grafikfähige Taschenrechner
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle
... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel zum Unterrichtsstoff vermittelt und geübt. Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern wird durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen.

Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Systematisches Erkunden mithilfe eines mathematischen Werkzeugs eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen.

Thema: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Sachkontext (Zusammenhang Geschwindigkeit/Strecke)
- erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate und nutzen mathematische Schreibweisen
- deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten
- deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung
- beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) und leiten Funktionen graphisch ab
- bestimmen Sekanten-, Tangenten- sowie Normalensteigungen und berechnen Steigungswinkel
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte, Wende- und Sattelpunkte) mit Hilfe der Ableitungsgraphen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Argumentieren (Vermuten)

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden ggf. verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle ... grafischen Messen von Steigungen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Für den Einstieg wird die Thematisierung von durchschnittlichen Änderungsraten in unterschiedlichen Sachzusammenhängen empfohlen, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Entwicklung regenerativer Energien, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung).

Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiraligen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet.

Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt.

Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden.

Tabellenkalkulation und Dynamische-Geometrie-Software sollen zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zu Tangenten (Zoomen) eingesetzt werden.

Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) und Wendepunktes zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten, während eine Untersuchung der Änderung von Änderungen erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen ist.

Thema: Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- bestimmen für einfache ganzrationale Funktionen die lokale Änderungsrate mithilfe der h-Methode
- nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten
- wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an und beweisen eine dieser Ableitungsregeln
- unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Lösen von Gleichungen
 - ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Für einfache ganzrationale Funktion wird der Grenzübergang bei der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt.

Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, können die Schüler mathematische Werkzeuge und die Möglichkeit nutzen, Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise zu tabellieren und zu plotten. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Vermutens.

Kontexte spielen in diesem Unterrichtsvorhaben eine untergeordnete Rolle. Quadratische Funktionen können aber stets als Weg-Zeit-Funktion bei Fall- und Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet werden.

Weitere ganzrationale Funktionen werden Gegenstand einer qualitativen Erkundung, wobei Parameter gezielt variiert werden. Bei der Klassifizierung der Formen können die Begriffe aus Unterrichtsvorhaben II (Thema E-A2) eingesetzt werden. Zusätzlich werden die Symmetrie zum Ursprung und das Globalverhalten untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert.

Durch gleichzeitiges Visualisieren der Ableitungsfunktion erklären Lernende die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen 3. Grades durch die Eigenschaften der ihnen vertrauten quadratischen Funktionen. Zugleich entdecken sie die Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten, woran in Unterrichtsvorhaben VI (Thema E-A4) angeknüpft wird.

Thema: *Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrem- bzw. Wendepunkten
- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung
- nutzen an den unterschiedlichen Darstellungsformen einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente, um Lösungswege effizient zu gestalten
- verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen [...]) (*Begründen*)
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (*Beurteilen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.

Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Hilfsmittel gegeben.

Zur Bestimmung von Extrempunkten sollen die Schüler neben dem VZW-Kriterium auch eine Begründung über das Krümmungsverhalten mit der zweiten Ableitung anwenden.

Neben den Fällen, in denen ein hinreichendes Kriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren.

Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangentengleichungen bestimmt werden.

Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum
- stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

Kommunizieren (Produzieren)

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Ausgangspunkt kann eine Vergewisserung hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Koordinatisierungen (GPS, geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten) sein.

Polarkoordinaten (evtl. in Form eines Schülervortrages) sollten Erwähnung finden. (Hier empfiehlt die Fachkonferenz, über die Anforderungen des Kernlehrplanes hinauszugehen, damit die künftige Beschränkung auf kartesische Koordinaten in Kenntnis anderer, verbreitet üblicher Koordinatisierungen erfolgt.)

An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen lernen die Schülerinnen und Schüler, ohne Verwendung einer DGS an (verschiedenen) bildlichen Darstellungen ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln.

Thema: *Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen, kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren und stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar• berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras• addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität• weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>)• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>)• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>)	<p>Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.</p>

Thema: Geraden im Raum (E-G3)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar
- interpretieren Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext
- untersuchen Lagebeziehungen von Geraden
- untersuchen geometrische Situationen im Raum mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge
- nutzen Eigenschaften von Vektoren und Parametergleichungen von Geraden beim Lösen von innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen
- lösen lineare Gleichungssysteme im Zusammenhang von Lagebeziehungen von Geraden und interpretieren die jeweilige Lösungsmenge

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- entwickeln Lösungsstrategien für idealisierte Wegprobleme anhand von Geraden im Sachzusammenhang

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Modellierungen von anwendungsbezogenen Beispielen im Raum – Lagebeziehungen und Bewegungen entlang von Geraden.

Stand September 2024